

# МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО КРЕДИТНОГО ПОРТФЕЛЯ

**Бельков Д.В., Текучев В.Є.**

*Украина, Донецк Донецкий национальный технический университет*

*An important practical task, which consists in the creation of optimal credit portfolio, is decided in this article. There are many credits and few banks. The greedy method for this task is proposed.*

Особенностью кредитной сферы Украины является актуальная задача уменьшения риска несвоевременного возврата денежных средств заемщиками. Одним из способов ее решения является применение кредитными организациями методов оптимизации кредитного портфеля [1]. Целью настоящей работы является разработка метода формирования единого кредитного портфеля системы банков (филиалов одного банка).

Пусть в момент времени  $T_0$  имеется множество  $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$  кредитных запросов, и каждый из них может быть принят банком к выполнению. Каждый  $i$ -й кредитный запрос характеризуется размером займа  $Q_i$ , который желательно получить заемщику в момент времени  $T_0$ , и графиком возврата занятых денег с процентом за кредит. В этом графике учитывается размер будущих платежей  $V_k$ , которые осуществляются заемщиком в моменты времени  $T_k$ ,  $k=1, 2, \dots, l$ . Пусть  $r$  – нормативная процентная ставка использования банком кредитных ресурсов,  $R_k$  – процентная ставка в момент  $T_k$ , которая рассчитывается по схеме сложных процентов:  $R_k = (1+r)^{T_k - T_0} - 1$ ,  $k=1, 2, \dots, l$ . В случае если банк принимает  $i$ -й кредитный запрос к выполнению и при полном своевременном погашении кредита, чистый доход  $D_i$  банка вычисляется по формуле:

$$D_i = -Q_i + \sum_{k=1}^l V_k / (1 + R_k) \quad (1)$$

Из-за ограниченности кредитного ресурса банка возникает задача выбора запросов для размещения их в кредитном портфеле. Необходимо сформировать кредитный портфель, который обеспечивает банку максимальный суммарный доход  $D_\Sigma$  от его кредитных ресурсов  $B$  в момент времени  $T_0$ . Пусть  $X_i = 1$ , если  $i$ -й кредитный запрос будет внесен в кредитный портфель, иначе -  $X_i = 0$ . Величина кредитного ресурса банка равна  $B$ . При отсутствии риска неплатежеспособности заемщиков задача формирования оптимального кредитного портфеля имеет следующий вид [1]:

$$\sum_{i=1}^m D_i X_i \rightarrow \max \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m Q_i X_i \leq B \quad (3)$$

$$X_i \in \{0;1\} \quad (4)$$

В задаче (2)-(4) максимизируется суммарный доход от кредитного ресурса банка в момент времени  $T_0$ . Значения  $D_i$  вычисляются по формуле (1).

В реальных условиях всегда есть вероятность  $P_i$  будущей неплатежеспособности  $i$ -го заемщика. Показателем риска  $i$ -го кредитного запроса может быть среднеквадратическое отклонение  $s_i$ :  $s_i = (D_i + Q_i) \sqrt{P_i(1-P_i)}$ . Доход кредитного портфеля является случайной величиной. Ее ожидаемое значение вычисляется по формуле  $\bar{D}_\Sigma = \sum_{i=1}^m \bar{D}_i X_i$ , где  $\bar{D}_i$  - ожидаемое значение  $D_i$ . При независимых кредитных запросах задача формирования оптимального кредитного портфеля может быть сформулирована следующим образом:

$$\sum_{i=1}^m \bar{D}_i X_i - \sum_{i=1}^m s_i X_i = \sum_{i=1}^m (\bar{D}_i - s_i) X_i \rightarrow \max \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m Q_i X_i \leq B \quad (6)$$

$$X_i \in \{0;1\} \quad (7)$$

Целевая функция (5) учитывает требование минимизации дисперсии дохода кредитного портфеля. Поэтому решение задачи (5)-(7) позволит уменьшить риск получить доход в размере меньшем, чем ожидается.

В данной работе предлагается обобщенная постановка задачи формирования кредитного портфеля для случая системы банков (филиалов банка). Препятствием при решении задачи является большое число альтернатив, из которых нужно выбрать оптимальный вариант. В случае  $m$  кредитных запросов и  $n$  банков, число вариантов размещения запросов в кредитном портфеле составляет  $n^m$ . При большом количестве запросов анализ вариантов точными методами не возможен ввиду значительной трудности вычислений. Задача формирования кредитного портфеля является задачей линейного программирования с булевскими переменными. Она относится к классу NP - трудных, так как содержит в качестве частного случая многомерную задачу о рюкзаке. Для таких задач необходимо разрабатывать приближенные методы, среди которых выбирается лучший по точности и быстродействию.

Предлагаемая задача формирования кредитного портфеля состоит в следующем. Пусть  $m$  - количество кредитных запросов;  $n$  - количество банков;  $Q_i$  - размер  $i$ -го займа;  $D_{ij}$  - доход  $j$ -го банка после выполнения  $i$ -го запроса;  $\bar{D}_{ij}$  - ожидаемое значение  $D_{ij}$ ;  $s_{ij} = (D_{ij} + Q_i)\sqrt{P_i(1-P_i)}$ ;  $B_j$  - кредитный ресурс  $j$ -го банка. Пусть  $X_{ij} = 1$ , если  $i$ -й запрос выполняется  $j$ -м банком, иначе  $X_{ij} = 0$ . Задача имеет вид:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\bar{D}_{ij} - s_{ij}) X_{ij} / B_j \rightarrow \max \quad (8)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}, \sum_{j=1}^n X_{ij} = 1, i=1\dots m \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^m Q_i X_{ij} \leq B_j, j=1\dots n \quad (10)$$

Необходимо найти матрицу размещения кредитных запросов  $X$ , обеспечивающую максимум целевой функции (8) при ограничениях (9),(10). В задаче максимизируется ожидаемый суммарный доход банков с учетом риска неплатежеспособности заемщиков. Для рационального использования кредитных ресурсов банков целесообразно минимизировать остатки этих ресурсов после формирования портфеля. Поэтому в задаче максимизируется отношение  $(\bar{D}_{ij} - s_{ij}) / B_j$ .

Условие  $\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1$  гарантирует, что кредитный запрос будет выполнен одним из банков.

Для решения задачи предлагается метод, состоящий из двух этапов. На первом этапе находятся для  $i$ -го запроса те банки, которые имеют необходимый кредитный ресурс. На втором этапе, среди найденных банков определяется банк с наибольшим значением  $(\bar{D}_{ij} - s_{ij}) / B_j$  и запрос направляется в этот банк. Временная сложность метода -  $O(mn)$ .

В работе предложена задача формирования кредитного портфеля системы банков (филиалов одного банка) с учетом риска неплатежеспособности заемщиков. Кредитные запросы являются независимыми. Предложен метод формирования портфеля, позволяющий уменьшить время решения задачи за счет исключения перебора вариантов решений. Перспективным направлением исследований является тестирование предложенного метода при решении задач большого размера.

#### Перечень ссылок

1. Кігель В.Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці. К.: ЦУЛ, 2003. – 202 с.