

## Література

1. Биотехнология, биобезопасность, биоэтика / под ред. А. П. Ермишина. – Минск : Технология, 2005. – 379 с.
2. Кузнецов В. В. Возможные биологически риски при использовании генетически модифицированных сельскохозяйственных культур / В. В. Кузнецов // Вестник ДВО РАН. – 2005. – №3. – С. 40-54.

## ЗАСТОСУВАННЯ ВИЗНАЧЕНОГО ІНТЕГРАЛА В ЕКОНОМІЦІ

**Власенко А., студентка I курсу факультету економіки та менеджменту\***

*\*Науковий керівник – Горда І.М., ст. викладач кафедри вищої математики*

На сьогоднішній день в Україні на етапі ринкових перетворень і демократизації суспільства економічна освіта набуває особливого значення. Реалізація значних позитивних змін у економічному розвитку держави можлива тільки за умови формування у майбутніх економістів глибоких економічних знань, оволодіння ними складними механізмами ринкового господарювання.

Основна проблема, яка стоїть на сьогодні перед вищою школою – це підготовка таких фахівців з вищою економічною освітою, які були б здатні розв'язувати складні соціально-економічні проблеми розвитку держави [1, 2].

Отже, сучасний фахівець-менеджер, крім досконалих знань зі спеціальності, повинен ще й вільно володіти математичним апаратом із метою розрахунку та моделювання реальних економічних процесів. Для цього він має не лише володіти знаннями з відповідних математичних дисциплін, а й уміти правильно застосовувати здобуті знання на практиці.

*Метою* нашого дослідження є висвітлення питання прикладного характеру математичних понять, а саме застосування визначеного інтегралу у економіці.

Поняття визначеного інтеграла широко використовується у економіці, тому розглянемо декілька задач економічного змісту.

Нехай  $V(x)$  буде функцією загальних витрат на виробництво  $x$  одиниць продукції,  $V'(x)$  – функція маргінальних витрат. Тоді визначений інтеграл:

$$\int_a^b V'(x)dx = V(x)\Big|_a^b = V(b) - V(a),$$

дорівнює *зміні загальних витрат* при зростанні кількості виробленої продукції від  $a$  до  $b$ .

Аналогічно, якщо  $D'(x)$  та  $P'(x)$  – функції маргінального прибутку та прибутку, відповідно, то зміни доходу та прибутку при зростанні реалізації виробленої продукції від  $a$  до  $b$  одиниць обчислюється за формулами:

$$\int_a^b D'(x)dx = D(b) - D(a), \quad \int_a^b P'(x)dx = P(b) - P(a)$$

Розглянемо *задачу*: функція маргінальних витрат фірми має вигляд:  $V' = 23,5 - 0,01x$ . Знайти зростання загальних витрат, коли виробництво зростає з 1000 до 1500 одиниць.

*Розв'язання*: Використовуючи формулу зростання загальних витрат, отримаємо:

$$\int_{1000}^{1500} V'(x) dx = \int_{1000}^{1500} (23,5 - 0,01x) dx = \left( 23,5x - \frac{0,01x^2}{2} \right) \Big|_{1000}^{1500} = 23,5 \cdot 1500 - 0,005 \cdot (1500)^2 - \left[ 23,5 \cdot 1000 - 0,005 \cdot (1000)^2 \right] = 11 \cdot 750 - 6 \cdot 250 = 5500.$$

Таким чином, як бачимо, витрати зростуть на 5500 гривень.

Розглянемо застосування визначеного інтегралу для обчислення прибутку підприємства.

Нехай  $V(t)$ ,  $D(t)$ ,  $P(t)$  – загальні витрати, доход та прибуток, що змінюються з часом. Тоді  $P(t) = D(t) - V(t)$  або  $P'(t) = D'(t) - V'(t)$ .

Максимум загального прибутку буде тоді, коли  $P'(t) = 0$  або  $D'(t) = V'(t)$ .

*Загальний прибуток* за час  $t_1$  можна знайти за формулою:

$$P(t_1) = \int_0^{t_1} P'(t) dt = \int_0^{t_1} [D'(t) - V'(t)] dt.$$

Розглянемо *задачу*. Швидкості зміни витрат та доходу підприємства після початку його діяльності визначалися формулами:  $V'(t) = 5 + 2t^{\frac{2}{3}}$  та  $D'(t) = 17 - t^{\frac{2}{3}}$ , де  $V$  та  $D$  вимірювались мільйонами гривень, а  $t$  вимірювали роками. Визначити, як довго підприємство було прибутковим та знайти загальний прибуток, який було одержано за цей час.

*Розв'язання*: Оптимальний час  $t_1$  для прибутку підприємства одержимо з умови:  $D'(t) = V'(t)$ , тобто:  $5 + 2t^{\frac{2}{3}} = 17 - t^{\frac{2}{3}}$ , звідси  $3t^{\frac{2}{3}} = 12$ ,  $t^{\frac{2}{3}} = 4$ ,  $t = 4^{\frac{3}{2}} = 8$ .

Отже, підприємство було прибутковим 8 років. Знайдемо який прибуток воно отримало:

$$P = \int_0^8 [D'(t) - V'(t)] dt = \int_0^8 \left[ 17 - t^{\frac{2}{3}} - 5 - 2t^{\frac{2}{3}} \right] dt = \int_0^8 \left( 12 - 3t^{\frac{2}{3}} \right) dt = \left( 12t - 3 \frac{t^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} \right) \Big|_0^8 = 96 - \frac{9}{5} \cdot 32 = 38,9$$

Таким чином, за 8 років підприємство одержало прибутку 38,9 млн. грн.

Крім того, визначений інтеграл можна застосовувати для того, щоб обрати найкращу стратегію розвитку деякої компанії. Розглянемо *задачу*: компанія повинна обрати одну із двох можливих стратегій розвитку: 1) вкласти 10 млн. гривень у нове обладнання і одержувати 3 млн. гривень прибутку кожного року на протязі 10 років; 2) закупити на 15 млн. гривень більш досконале обладнання, яке дозволить одержати 5 млн. гривень прибутку щорічно на протязі 7 років.

Для розв'язання даної задачі використаємо той факт, що якщо  $f(t)$  є прибуток за час  $t$  і  $r = \frac{R}{100}$  є номінальна облікова ставка, то дійсне значення загального прибутку за час між  $t = 0$  та  $t = T$  дорівнює:

$$\int_0^T f(t)e^{-rt} dt.$$

При  $R = 10$  маємо  $r = 0,1$ . Тому для першої стратегії дійсне значення прибутку за 10 років буде становити:

$$P_1 = \int_0^{10} 3e^{-0,1t} dt - 10 = \left(-30e^{-0,1t}\right)\Big|_0^{10} - 10 = 30(1 - e^{-1}) - 10 = 8,964 \text{ (млн. гривень)}.$$

$$\text{Для другої стратегії маємо: } P_2 = \int_0^7 5e^{-0,1t} dt - 15 = 50(1 - e^{-0,7}) - 15 = 10,17$$

(млн. гривень). Отже, друга стратегія краще першої і тому її доцільно обрати для подальшого розвитку компанії.

Часто треба знайти приріст капіталу за період з моменту часу  $t_1$  до  $t_2$ , тобто величину  $\Delta K = K(t_2) - K(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$ .

Помічаючи, що  $K(t)$  є первісною для функції  $I(t)$  можна написати:

$$\Delta K = K(t_2) - K(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$$

*Задача*: По заданим інвестиція  $I(t) = 9000t^{1/2}$ , знайти за скільки років приріст капіталу буде становити 150000.

Маємо  $\Delta K = 150000$ . Позначаючи шуканий проміжок часу через  $T$ , можна написати:  $\Delta K = \int_0^T I(t) dt$ .

$$150000 = \int_0^T 9000t^{1/2} dt, \quad 50 = 3 \int_0^T t^{1/2} dt \Rightarrow 50 = 3 \cdot \frac{t^{3/2}}{3/2} \Big|_0^T \quad 50 = 2 \cdot T^{3/2}, \quad 25 = T^{3/2}$$

$$T = (25)^{\frac{2}{3}} \approx 8,5.$$

Отже, треба приблизно 8,5 років, щоб приріст капіталу склав 150000.

*Зауваження.* Розглянуті приклади, не вичерпують всіх можливих застосувань визначеного інтеграла в економіці, бізнесі і т.п., але вони показують плідотворність поняття визначеного інтеграла.

*Література:*

1. Бобров В. Розвиток економічної освіти на етапі ринкових перетворень // Педагогіка і психологія професійної освіти. – 1998. – № 5. – с. 286 – 289.
2. Бобров В., Каніщенко Л. Вища економічна освіта на сучасному етапі розвитку суспільства // Вища освіта України. – 2002. – № 2. – с. 16 – 23.
3. Белько И.В. Высшая математика для экономистов. II семестр: Экспресс-курс / И.В. Белько, К.К. Кузьмич. – М.: Новое знание, 2003. – 88 с.
4. Валеев К. Г., Джалладова І. А. Вища математика: Навч. посібник: У 2-х ч. – К.: кнеу, 2001. – Ч. 1. – 546 с.
5. Барковський В.В., Барковська Н.В. Математика для економістів: Вища математика. – К.: Національна академія управління, 1997. – 397 с.

## ЕЛЕКТРОЕРОЗІЙНИЙ МЕТОД ПРИПРАЦЮВАННЯ КЛАПАНІВ ГАЗОРОЗПОДІЛЬНОГО МЕХАНІЗМУ

Гапоненко О.І., магістр, Задворнов Я.М., магістрант\*

*\*Науковий керівник: к.т.н., професор кафедри ремонту машин та технології конструкційних матеріалів Прасолов Є.Я.*

Найпоширеніший дефект головок циліндрів – зношення робочої фаски клапанних гнізд. Клапани можуть мати знос та підгоряння робочих фасок тарілок, знос поверхні стержня і його торця. Відновлення герметичності з'єднання клапан-сідло за існуючими технологіями проходить кілька етапів: обробка фрезами з різними кутами різальної кромки; шліфування фаски тарілки клапана та притирання пари сідло-клапан в зборі на спеціальних станках (ОПР-1841А). Технологічний процес включає трудомісткі операції, застосування спеціальних матеріалів [ 1 ].

На деяких ремонтних заводах застосовують технологію ремонту без притирання, яка ґрунтується на розпогодженні кута посадочних поверхонь з'єднання. В основу цього методу покладені складання спряжень клапан-сідло (гніздо) клапана, виконаних з різними кутами. Фаску клапана шліфують на кут  $44^{\circ}$  у спеціальному пристрої, а кут фаски сідла залишають без змін. Кут який виникає при цьому, забезпечує необхідну герметичність клапанної пари без притирання, сприяє швидкому припрацюванню з'єднаних поверхонь [ 2 ].

В цілому на підприємствах використовується традиційна технологія притирання клапанів.

**Мета** – дослідження способу відновлення з'єднання клапан-гніздо електроерозійним шліфуванням, з вирішенням задачі: обґрунтування способу електроерозійного шліфування, з визначенням енергетичних параметрів процесу електроерозії та випробування на герметичність оброблених з'єднань.